

Step : 01-

প্রতিটি চ্যাপ্টারের শুরুতে জানতে পারবে ওই চ্যাপ্টার থেকে কোন কোন বোর্ডে কয়টি করে MCQ এসেছিল বিগত বছরগুলোতে।



প্রতি বছর বোর্ড পরীক্ষাতে এই চ্যাপ্টারটি থেকে আসা MCQ প্রশ্নাবলির বিশ্লেষণ

বোর্ড সাল	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	৪	৪	৪	৪	৫	৪	৪	৪	৪
২০২৪	নতুন বাংলাদেশ গঠিত হবার কারণে HSC পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হয় নি								
২০২৩	৫	৪	৪	৭	৫	৪	৫	৫	৪
২০২২	২	২	৪	৪	২	৩	৩	৩	৪
২০২১	৬	৫	৬	৬	৬	৬	৫	৬	৫
২০২০	করোনা মহামারির কারণে ২০২০ সালের HSC পরীক্ষা হয় নি।								
২০১৯	২	২	১	৩	৩	২	৩	২	-
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ডে পরীক্ষা হয়েছিল (২ সেট): ২								
২০১৭	১	৪	১	৩	২	১	৪	৩	-

কিছু কথা:

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক চ্যাপ্টারটি সহজ কিন্তু এই অধ্যায়ের অংকগুলো প্রচুর পরিমাণে প্র্যাকটিস করতে হবে।

অন্যথায় পরীক্ষার হলে এই অধ্যায়ের অংক গুলো সমাধান করতে তোমার অনেক বেশি সময় লাগবে।

এই অধ্যায় থেকে যে প্রশ্নই আসুক না কেন, নিজের মধ্যে আত্মবিশ্বাস রাখতে হবে “আমি পারবো”। আর এই আত্মবিশ্বাস তখন আসবে, যখন তুমি অনেক বেশি বেশি অংক প্র্যাকটিস করবে।

কাব্য ভাইয়া.....

Step : 02-

প্রতিটি চ্যাপ্টারের সকল টাইপগুলো সম্পর্কে তুমি শুরুতেই জানতে পারবে। এতে করে একটি চ্যাপ্টার সম্পর্কে তোমার ক্লিয়ার ধারণা হয়ে যাবে।

সূচিপত্র

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র

প্রথম অধ্যায়: ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

প্রশ্নমালা: ১.১ ও ১.২

এই অধ্যায়টি পড়লে তুমি একাডেমিক ও এডমিশন সম্পর্কে যা যা জানতে ও শিখতে পারবে

- টাইপ ০১. ম্যাট্রিক্স গঠন ও ম্যাট্রিক্সের প্রকারভেদ (Matrix and Types of Matrices)
- টাইপ ০২. ম্যাট্রিক্সের যোগ-বিয়োগ (Addition and Subtraction of Matrices)
- টাইপ ০৩. ম্যাট্রিক্সের সমতা (Equality of Matrices)
- টাইপ ০৪. ম্যাট্রিক্সের মাত্রা সংক্রান্ত সমস্যাবলী
- টাইপ ০৫. ম্যাট্রিক্সের স্কেলার গুণন (Multiplication of a Scalar Matrices)
- টাইপ ০৬. ম্যাট্রিক্সের ম্যাট্রিক্স গুণন (Multiplication of a Matrices)
- টাইপ ০৭. ম্যাট্রিক্সের ট্রেস, মূখ্যপদ, মাধ্যমিক পদ।
- টাইপ ০৮. বাস্তব জীবনে ম্যাট্রিক্স।
- টাইপ ০৯. নির্ণায়কের সংজ্ঞা (Definition of Determinants)
- টাইপ ১০. নির্ণায়কের বিস্তৃতি এবং মান নির্ণয় (Expansion & Value of a Determinants)
- টাইপ ১১. অনুরাশি (Minor)
- টাইপ ১২. সহগুণক (Co-factor)
- টাইপ ১৩. ব্যতিক্রমী ও অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স (Singular and Non-Singular Matrices)
- টাইপ ১৪. এডজয়েন্ট ম্যাট্রিক্স (Adjoint Matrices)
- টাইপ ১৫. বর্গ ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স (Inverse Matrix of a square Matrix)
- টাইপ ১৬. নির্ণায়কের মান নির্ণয়
- টাইপ ১৭. সমীকরণজোট সমাধান (ক্রেমারের পদ্ধতি)
- টাইপ ১৮. বিস্তার না করে সমাধান।
- টাইপ ১৯. সমীকরণজোট সমাধান (বিপরীত ম্যাট্রিক্স পদ্ধতি)

Step : 03-

প্রতিটি টাইপ এর ক্লিয়ার কনসেপ্ট পাবে শুরুতেই এবং শর্টকাট গুলো তোমাকে কনসেপ্ট এর মধ্যেই দেখিও দেওয়া হবে।

Type-13

ব্যতিক্রমী ও অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স (Singular and Nonsingular Matrices)

□ ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স (Singular Matrix)

যে বর্গ ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়কের মান শূন্য হয়, তাকে ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

Note: ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স এর অপর নাম নন ইনভার্টিবল ম্যাট্রিক্স অর্থাৎ যার Inverse ম্যাট্রিক্স নির্ণয় করা যায় না।

যেমন: $A = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$ একটি ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স। কারণ, $|A| = \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 6 & 6 \end{vmatrix} = 24 - 24 = 0$ অথবা $\det(A) = 0$

উদাহরণ: 01 x এর যেসব মানের জন্য $\begin{bmatrix} x^2 & 2x \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্স ব্যতিক্রমী হবে তা নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n: \quad & \Rightarrow \begin{vmatrix} x^2 & 2x \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 0 \\ & \Rightarrow 3x^2 - 10x = 0 \\ & \Rightarrow x(3x - 10) = 0 \end{aligned}$$

হয়,

অথবা

$$x = 0$$

$$3x - 10 = 0 \quad x = \frac{10}{3}$$

$$\text{Ans. } 0 \text{ or } \frac{10}{3}$$

□ অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স (Non-Singular Matrix)

যে বর্গ ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়কের মান শূন্য নয়, তাকে অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

Note: অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স এর অপর নাম ইনভার্টিবল ম্যাট্রিক্স অর্থাৎ যার Inverse ম্যাট্রিক্স নির্ণয় করা যায়।

যেমন: $|A| = \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 24 - 20 = 4 \neq 0$ একটি অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স। কারণ, $|A| \neq 0$ অথবা $\det(A) \neq 0$.

যদি A একটি $n \times n$ ক্রমের অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হয় যেখানে, $|A| \neq 0$, তাহলে-

$$(i) \quad |pA| = p^n |A|$$

$$(ii) \quad |(pA)^{-1}| = \frac{1}{p^n |A|}$$

$$(iii) \quad |(pA^{-1})| = \frac{p^n}{|A|}$$

$$(iv) \quad |(pA^{-1})^{-1}| = \frac{|A|}{p^n}$$

Note: n হচ্ছে নির্ণায়কটির মাত্রা।

অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্সটির এই টপিকটি অনেক বেশি গুরুত্বপূর্ণ। যে কোন কলেজ বা বোর্ড পরীক্ষায় কিংবা এডমিশন পরীক্ষায় এখান থেকে প্রশ্ন এসে থাকে।

উদাহরণ: 01 যদি A একটি 3×3 মাত্রার ম্যাট্রিক্স এবং $|A| = 5$ হয়, তাহলে $2|(3A)^{-1}| = ?$

$$\text{Sol}^n: 2|(3A)^{-1}| = 2 \times \frac{1}{3^n |A|} = 2 \times \frac{1}{3^3 \times 5} = \frac{2}{27 \times 5} = \frac{2}{135} \quad (\text{Ans.})$$

উদাহরণ: ০২ যদি A একটি 3×3 মাত্রার ম্যাট্রিক্স এবং $|A| = 5$ হয়, তাহলে $|(2A^{-1})^{-1}| = ?$

Solⁿ: $|(2A^{-1})^{-1}| = \frac{|A|}{2^n} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8}$ (Ans.)

Note: অংকগুলো অনেক অনেক অনেক অনেক গুরুত্বপূর্ণ।

O এই টাইপটি থেকে আসা বিগত বছরের সকল বোর্ড প্রশ্ন ও সমাধান

1. নিচের কোনটি ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স? [চ.বো.'২৫]

- (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

Solⁿ: (d) ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্সের শর্ত: $|A| = 0$; $\therefore \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$

1. $\begin{bmatrix} m-2 & 6 \\ 2 & m-3 \end{bmatrix}$ একটি ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হলে- [য.বো.'২৫]

- (a) -1, 6 (b) -2, -3 (c) 1, -6 (d) 2, -3

Solⁿ: (a) ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হবে যখন,

$$\begin{vmatrix} m-2 & 6 \\ 2 & m-3 \end{vmatrix} = 0$$

বা, $(m-2)(m-3) - 12 = 0$

বা, $m^2 - 2m - 3m + 6 - 12 = 0$

বা, $m^2 - 5m - 6 = 0$

বা, $m^2 - 6m + m - 6 = 0$

বা, $m(m-6) + 1(m-6) = 0$

বা, $(m-6)(m+1) = 0$

$\therefore m = 6, -1$

1. $\begin{bmatrix} \alpha & \alpha+1 \\ \alpha & 4 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হলে, α এর মান- [ম.বো.'২৫]

- (a) 0, -3 (b) 0, -5 (c) 0, 3 (d) 0, 5

Solⁿ: (c) $4\alpha - \alpha^2 - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 3\alpha = 0 \Rightarrow \alpha(\alpha-3) = 0 \therefore \alpha = 0, 3$

2. $\begin{pmatrix} 5+a & -2 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$ ব্যতিক্রমী বর্গ ম্যাট্রিক্স হলে a এর মান কত? [কু.বো.'২৫]

- (a) 5 (b) -5 (c) 4 (d) -4

Solⁿ: (d) $(5+a)(-8) + 8 = 0 \Rightarrow -40 - 8a + 8 = 0 \Rightarrow 8a = -32 \Rightarrow a = -4$

3. $\begin{bmatrix} m & -1 \\ m-2 & m-2 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হলে, m এর মান কোনটি? [ঢা. বো. '২৩]

- (a) 1, -2 (b) -1, -2 (c) -1, 2 (d) 1, 2

Solⁿ: (c) ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হলে নির্ণায়কের মান = 0

$\therefore m(m-2) - (-1)(m-2) = 0$

$\Rightarrow m^2 - 2m + m - 2 = 0$

$\Rightarrow m(m-2) + 1(m-2) = 0$

$\Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \therefore m = 2, -1$

4. $|A|$ একটি 2×2 ক্রমের ম্যাট্রিক্স এবং $|A| = 5$ হলে $|3A|$ এর মান কত? [সি. বো. '২৩]

- (a) $\frac{5}{9}$ (b) $\frac{5}{3}$ (c) 15 (d) 45

Solⁿ: (d) $n = 2, |A| = 5 \therefore |3A| = 3^n |A| = 9 \times 5 = 45$

5. A একটি 3×3 ক্রমের ম্যাট্রিক্স এবং $|A| = 1$ হলে $|(3A)^{-1}|$ এর মান কত? [ব. বো. '২৩]
- (a) $\frac{1}{27}$ (b) $\frac{1}{9}$ (c) 9 (d) 27

Solⁿ: (a) $n = 3$ এবং $|A| = 1 \therefore |(3A)^{-1}| = \frac{1}{3^n \times |A|} = \frac{1}{3^3 \times 1} = \frac{1}{27}$

6. যদি $\begin{bmatrix} m-2 & 6 \\ 2 & m-3 \end{bmatrix}$ একটি ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হয়, তবে $m = ?$ [চ. বো. '২২]
- (a) $-2, -2$ (b) $1, -6$ (c) $6, -1$ (d) $2, -3$

Solⁿ: (c) ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হবে যখন,

$$\begin{vmatrix} m-2 & 6 \\ 2 & m-3 \end{vmatrix} = 0$$

বা, $(m-2)(m-3) - 12 = 0$

বা, $m^2 - 2m - 3m + 6 - 12 = 0$

বা, $m^2 - 5m - 6 = 0$

বা, $m^2 - 6m + m - 6 = 0$

বা, $m(m-6) + 1(m-6) = 0$

বা, $(m-6)(m+1) = 0$

$\therefore m = 6, -1$

7. $\begin{bmatrix} a-3 & -1 \\ -8 & a+4 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হলে, a এর মান কোনটি? [ঢা. বো. '২২]
- (a) 0 (b) 3 (c) $4, -5$ (d) $5, -4$

Solⁿ: (c) $\begin{bmatrix} a-3 & -1 \\ -8 & a+4 \end{bmatrix} = 0$

বা, $a^2 + 4a - 3a - 12 - 8 = 0$

বা, $a^2 + a - 12 - 8 = 0$

বা, $a^2 + a - 20 = 0$

বা, $(a+5)(a-4) = 0$

$\therefore a = -5, 4$

8. $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -4 & -8 \end{bmatrix}$ একটি- [য. বো. '২২]

i. বর্গ ম্যাট্রিক্স

ii. ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স

iii. প্রতিসম ম্যাট্রিক্স

(a) i ও ii

(b) i ও iii

(c) ii ও iii

(d) i, ii ও iii

Solⁿ: (b)

❏ নিচের তথ্যের আলোকে 80 ও 81 নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$A = \begin{bmatrix} x+4 & 8 \\ 2 & x-2 \end{bmatrix}$ একটি ম্যাট্রিক্স।

9. যদি A ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হয়, তবে x এর মান নিচের কোনটি? [রা. বো. '২২]
- (a) $-4, 2$ (b) $-2, 4$ (c) $-4, 6$ (d) $-6, 4$

Solⁿ: (d) কোনো ম্যাট্রিক্স ব্যতিক্রমী হবে যদি ঐ ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়কের মান শূন্য হয়।

$$\begin{vmatrix} x+4 & 8 \\ 2 & x-2 \end{vmatrix} = 0$$

বা, $(x+4)(x-2) - 16 = 0$

বা, $x^2 + 4x - 2x - 8 - 16 = 0$

বা, $x^2 + 2x - 24 = 0$

বা, $(x+6)(x-4) = 0$

$\therefore x = -6, 4$

10. প্রদত্ত ম্যাট্রিক্সে $x = 3$ হলে A^2 নিচের কোনটি? [রা. বো. '২২]

(a) $\begin{bmatrix} 65 & 64 \\ 16 & 17 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 49 & 46 \\ 41 & 43 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 40 & 48 \\ 52 & 64 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 64 & 49 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

Solⁿ: (a) $x = 3$ হলে $A = \begin{bmatrix} 3+4 & 8 \\ 2 & 3-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \therefore A^2 = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49+16 & 56+8 \\ 14+2 & 16+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 65 & 64 \\ 16 & 17 \end{bmatrix}$

11. নিচের কোনটি অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স? [রা. বো. '২১]

(a) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

Solⁿ: (c) অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্সের শর্ত: $|A| \neq 0$; $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 12 - 2 = 10 \neq 0$

12. $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -4 & -8 \end{bmatrix}$ একটি-

[কু. বো. ১৯]

i. বর্গ ম্যাট্রিক্স

ii. ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স

iii. প্রতিসম ম্যাট্রিক্স

নিচের কোনটি সঠিক?

(a) i ও ii

(b) ii ও iii

(c) i ও iii

(d) i, ii ও iii

Solⁿ: (c) A ম্যাট্রিক্সটির ক্ষেত্রে,

$$(ii) |A| = 0 \text{ হলে ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হবে কিন্তু } \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -4 & -8 \end{vmatrix} = -32$$

∴ A একটি অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স।

13. $\begin{bmatrix} p+1 & 6 \\ 4 & -8 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হলে p এর মান-

[সকল. বো. ১৮]

(a) -8

(b) -4

(c) 4

(d) 6

Solⁿ: (b) $\begin{bmatrix} p+1 & 6 \\ 4 & -8 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হলে, $\begin{bmatrix} p+1 & 6 \\ 4 & -8 \end{bmatrix} = 0$

$$\text{বা, } -8p - 8 - 24 = 0 \quad \text{বা, } -8p = 32 \quad \therefore p = -4$$

Note: এখানেও আরোও প্রশ্ন আছে। সেগুলো আমাদের বইটিতে পেয়ে যাবে।

Type-14

এডজয়েন্ট ম্যাট্রিক্স (Adjoint Matrices)

এডজয়েন্ট নির্ণয়ের ধাপসমূহ-

☐ প্রতিটি ভুক্তির সহগুণক বের করতে হবে।

☐ সহগুণকগুলো ভুক্তির জায়গায় বসাতে হবে।

☐ Transpose করতে হবে।

$$\text{অর্থাৎ, } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \therefore \text{Adj}(A) = [\text{Co-factor}(A)]^T$$

যেমন: $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ হলে, $\text{Adj}(A) = ?$

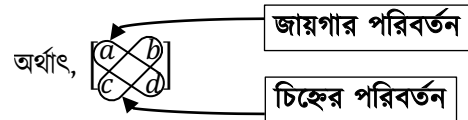
Solⁿ: 2 এর সহগুণক = 5 3 এর সহগুণক = -4

4 এর সহগুণক = -3 5 এর সহগুণক = 2

$$\therefore \text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \text{ (Ans.)}$$

2x2 আকার ম্যাট্রিক্সের জন্য এডজয়েন্ট নির্ণয়ের শটকাট

$$\text{যদি } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ হয় তাহলে } \text{adj}(A) = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$



Adjoint ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্য:

$$\checkmark A(\text{adj}A) = (\text{adj}A)A = |A| I$$

$$\checkmark A \text{ একটি } n \text{ ক্রমের অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হলে, } \text{adj}(\text{adj}A) = |A|^{n-2} \cdot A$$

$$\checkmark A \text{ একটি } n \text{ ক্রমের অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হলে, } |\text{adj}A| = |A|^{n-1}$$

✓ A একটি n ক্রমের অব্যতিক্রমি ম্যাট্রিক্স হলে, $|adj(adjA)| = |A|^{(n-1)^2}$

Adjoin ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্যের প্রয়োগ

উদাহরণ: 01 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 7 \\ 8 & 0 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$ হলে,

- (i) $A(adjA) = ?$ (ii) $adj(adjA) = ?$
 (iii) $|adjA| = ?$ (iv) $|adj(adjA)| = ?$

Solⁿ: প্রথমে নির্ণায়ক নির্ণয় করি-

$$|A| = 2 \times 30 - 1(24 - 56) + 3(0 - 40) = -28$$

$$(i) (adjA)A = |A| \cdot I_n = -28 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(ii) (adjA)A = |A|^{n-2} \cdot A = -28 \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 7 \\ 8 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(iii) |adjA| = |A|^{n-1} = (-28)^{3-1} = (-28)^2$$

$$(iv) |adj(adjA)| = |A|^{(n-1)^2} = (-28)^4 \quad (\text{Ans.})$$

O এই টাইপটি থেকে আসা বিগত বছরের সকল বোর্ড প্রশ্ন ও সমাধান

14. $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ হলে $adjA$ নিচের কোনটি? [ঢা.বো. '২৫]

- (a) $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$

Solⁿ: (a) $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \therefore adj(A) = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

15. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ এর অ্যাডজয়েন্ট ম্যাট্রিক্স কোনটি? [কু. বো. '২২]

- (a) $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

Solⁿ: (d) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \therefore adj(A) = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

16. $A = \begin{bmatrix} 8 & -5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ হলে, $adj(A) =$ কোনটি? [ব. বো. '২২]

- (a) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -7 & 8 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 8 & 7 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -7 & 8 \end{bmatrix}$

Solⁿ: (d) $A = \begin{bmatrix} 8 & -5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \therefore adj(A) = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -7 & 8 \end{bmatrix}$

17. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ হলে A এর অ্যাডজয়েন্ট ম্যাট্রিক্স কোনটি? [য. বো. '২১]

- (a) $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

Solⁿ: (b) নিজে কর

18. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & -d \end{bmatrix}$ এর Adjoint ম্যাট্রিক্স কোনটি? [ব. বো. '২১]

- (a) $\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & -a \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} d & c \\ b & a \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -d & b \\ c & a \end{bmatrix}$

Solⁿ: (c) নিজে কর

**Type-15****বর্গ ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স (Inverse Matrix of a square Matrix)****Inverse Matrix নির্ণয়ের নিয়ম**

□ Adjoint Matrix নির্ণয় করা।

□ নির্ণায়কের মান দ্বারা ভাগ করা।

$$\text{সূত্র: } A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{|A|}$$

শর্ত: $|A| \neq 0$ অর্থাৎ অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হতে হবে।যেমন, $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ হলে, $A^{-1} = ?$ Solⁿ: $\text{Det}(A) = -8 - 15 = -23$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{-23} \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{23} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \text{ (Ans.)}$$

কর্ণ ও স্কেলার ম্যাট্রিক্সের ইনভার্স ম্যাট্রিক্স: (Shortcut)

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \text{ এর ইনভার্স ম্যাট্রিক্স } (A^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c} \end{bmatrix}$$

অভেদক ম্যাট্রিক্সের ইনভার্স ম্যাট্রিক্স: (Shortcut)

$$I = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \text{ এর ইনভার্স ম্যাট্রিক্স } (I^{-1}) = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

Note অভেদক ম্যাট্রিক্সের ইনভার্স ম্যাট্রিক্স করলে কোন পরিবর্তন হয় না।**বিপরীত ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্য (Properties of inverse Matrix)**

- *** A একটি অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হলে, $AA^{-1} = A^{-1}A = I$
- যে কোনো অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স অনন্য (unique) অর্থাৎ $A^{-1} = X$ এবং $A^{-1} = Y$ অতএব, $X = Y$.
- ** A একটি অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হলে A^{-1} একটি অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স সুতরাং, $(A^{-1})^{-1} = A$ অর্থাৎ একটি ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স প্রদত্ত ম্যাট্রিক্সের সমান।
- ** A একটি অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হলে $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$
- *** A ও B একই ক্রমের অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হলে এদের গুণফল AB অব্যতিক্রমী হবে এবং $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- A ও B একই ক্রমের অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হলে এদের গুণফল BA অব্যতিক্রমী হবে এবং $(BA)A^{-1} = B(AA^{-1}) = B$

বিপরীত ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্য প্রয়োগ করে যে কোন ম্যাট্রিক্সের ভুক্তি নির্ণয়

- $AB = C$ হলে, $A = CB^{-1}$ এবং $B = A^{-1}C$

$$\begin{array}{l|l} AB = C & AB = C \\ \Rightarrow A.B.B^{-1} = CB^{-1} & \Rightarrow A^{-1}A.B = A^{-1}.C \\ \Rightarrow A.I = CB^{-1} & \Rightarrow IB = A^{-1}C \\ \therefore A = CB^{-1} & \therefore B = A^{-1}C \end{array}$$

শর্ত: সকল ম্যাট্রিক্সের মাত্রা একই থাকতে হবে।

উদাহরণ: 01 $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} B = I$ হলে, B ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।Solⁿ: আমরা জানি, $AA^{-1} = A^{-1}A = I$

$$\text{ধরি, } A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} B = I$, এখানে B ম্যাট্রিক্স বলতে মূলত A এর ইনভার্স ম্যাট্রিক্সকে বুঝানো হচ্ছে।

$|A| = 4 - 6 = -2$; $A^{-1} = B = \frac{\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}}{-2}$ (Ans.)

O এই টাইপটি থেকে আসা বিগত বছরের সকল বোর্ড প্রশ্ন ও সমাধান

19. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ হলে $A^{-1} =$ কত? [কু.বো.'২৫]

- (a) $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

Solⁿ: (c) $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = -1 \therefore A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}}{-1} = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

20. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ হলে, A হলো- [সি.বো.'২৫]

- (a) $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

Solⁿ: (b) $|A^{-1}| = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \therefore A = (A^{-1})^{-1} = \frac{\text{adj}(A^{-1})}{|A^{-1}|} = \frac{\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}}{1} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

21. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ হলে $A^{-1} =$ কত? [ম.বো.'২৫]

- (a) $\begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -7 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

Solⁿ: (a) তাকায় আছো কেন? খাতা কলম বের করে অংকটি করে ফেলো। নিজে না করলে, পরীক্ষার হলে বন্ধুর বা বান্ধবীর খাতার দিকে তাকাইয়া থাকা লাগবে।

Step : 04-

একাডেমিক MCQ ছাড়াও এডমিশনে আসার উপযোগী টাইপগুলো এই বইটিতে পাবে।

Type-19

সমীকরণজোট সমাধান (বিপরীত ম্যাট্রিক্স পদ্ধতি)

ফ্রেমারের নিয়মের পাশাপাশি বিপরীত ম্যাট্রিক্সের ধারণা ব্যবহার করেও সমীকরণ জোট সমাধান করা যায়। খুব সহজে কিভাবে এই টাইপ এর অংকগুলো সমাধান করতে পারবে, চলো তা ধাপে ধাপে শিখি:

$a_1x + b_1y = c_1$ (i)

$a_2x + b_2y = c_2$ (ii)

ধাপসমূহ:

(i) দুটি সমীকরণের সহগ দিয়ে একটি A ম্যাট্রিক্স তৈরি করতে হবে

$A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}$

(ii) চলকের ম্যাট্রিক্স X এবং ধ্রুবক ম্যাট্রিক্স B তৈরি করা

$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$

(iii) সমীকরণটিকে ম্যাট্রিক্স রূপে প্রকাশ করতে হবে।

$$AX = B$$

(iv) A ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স A^{-1} নির্ণয় করতে হবে

সূত্র: $A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{|A|}$ শর্ত: $|A| \neq 0$ অর্থাৎ অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হতে হবে।

(v) মূল সমাধান এর সূত্র প্রয়োগ করা।

$$\therefore X = A^{-1}B$$

এখানে A^{-1} এবং B গুণ করে X এর মান (x, y) পাওয়া যাবে।

Note: তিন চলক বিশিষ্ট সমীকরণ জোটকেও একই ভাবে সমাধান করবো।

উদাহরণ: 01 $3x + 2y = 12$
 $2x - 3y = -5$ সমীকরণজোটটি ইনভার্স ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে সমাধান কর?

এখানে,

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 12 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\therefore X = A^{-1}B$$

$$= \frac{1}{-9-4} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \\ -5 \end{bmatrix} \quad [\text{ইনভার্স ম্যাট্রিক্সের শর্টকাট ব্যবহার করা হয়েছে। তুমি মূল নিয়মেই পরীক্ষায় করবে।}]$$

$$= \frac{1}{-13} \begin{bmatrix} -36 + 10 \\ -24 - 15 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-13} \begin{bmatrix} -26 \\ -39 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \therefore X = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \therefore \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (x, y) = (2, 3) \text{ Ans.}$$

Note: তিন চলক বিশিষ্ট সমীকরণ জোট সৃজনশীল প্রশ্ন আকারে আসবে। MCQ এর জন্য এটা গুরুত্বপূর্ণ নয় তবে এডমিশনে written আকারে আসার সম্ভাবনা আছে।

Step : 05-

ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ে আসা সকল প্রশ্ন পেয়ে যাবে এই বইটিতে।



বিগত বছরগুলোতে আসা ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের প্রশ্ন ও সহজ সমাধান

1. $\begin{vmatrix} bc & ca & ab \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ a & b & c \end{vmatrix} = ?$

[DU'24-25]

(a) 1

(b) 0

(c) $\frac{1}{2}$

(d) abc

Solⁿ: (b) $\begin{vmatrix} bc & ca & ab \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ a & b & c \end{vmatrix} = \frac{1}{abc} \begin{vmatrix} abc & abc & abc \\ 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} [c'_1 = c_1 \times a, c'_2 = c_2 \times b, c'_3 = c_3 \times c]$

$= \frac{1}{abc} \cdot abc \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} [r'_1 = \frac{r_1}{abc}] = 1 \cdot 0 = 0 [\because 2 \text{ টি সারি একই, তাই নির্ণায়কের মান } 0]$

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ হলে $\det(AA^{-1})$ - এর মান কত? [DU'
21-22]

(a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) $-\frac{1}{2}$

Solⁿ: (a) আমরা জানি, $AA^{-1} = I \therefore \det(AA^{-1}) = \det(I) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$

2. যদি A, B, C ম্যাট্রিক্স তিনটির আকার যথাক্রমে $4 \times 5, 5 \times 4$ এবং 4×2 হয়, তবে $(A^T + B)C$ ম্যাট্রিক্সটির মাত্রা কত? [DU'20-
21]

(a) 4×2 (b) 5×4 (c) 2×55 (d) 5×2

Solⁿ: (d) A^T এর ক্রম $5 \times 4, B$ এর ক্রম $5 \times 4, (A^T + B)$ এর ক্রম 5×4 ;
 C এর ক্রম $4 \times 2 \therefore (A^T + B)C$ এর ক্রম $= (5 \times 4) \cdot (4 \times 2) = 5 \times 2$

3. $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ হলে $\det(2A^{-1})$ এর মান হলো- [DU'19-
20]

(a) $\frac{1}{4}$ (b) -4 (c) 4 (d) $-\frac{1}{4}$

Solⁿ: (b) $|A| = 3 \times (-3) - (-4) \times 2 = -1$; আমরা জানি, $\det(2A^{-1}) = |2A^{-1}| = \frac{2^2}{|A|} = \frac{4}{-1} = -4$

4. $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 5 \\ -2 & b & -3 \\ -5 & 3 & c \end{bmatrix}$ একটি বক্র প্রতিসম ম্যাট্রিক্স হল, a, b, c এর মানগুলো- [DU'17-
18]

(a) -2, -5, 3 (b) 0, 0, 0 (c) 1, 1, 1 (d) 2, 5, 3

Solⁿ: (b) যদি $A^T = -A$ হয় তখন তাকে বক্র প্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলে। যে কোন ম্যাট্রিক্সের বক্র প্রতিসম ম্যাট্রিক্স পেতে হলে মুখ্য কর্ণ বরাবর উপাদানগুলো সব শূন্য হতে হবে। সুতরাং $a = 0, b = 0$ এবং $c = 0$

5. যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে AB হলো- [DU'03-04, 05-06, RU'08, 06-07, JU'14-15, 16-17, JU'18-19]

(a) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$

Solⁿ: (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \times 1 & 0 \\ 0 & 5 \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

6. BA এর মান নির্ণয় কর, যদি $A = \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$ এবং $B = \begin{pmatrix} i & -1 \\ -1 & -i \end{pmatrix}$ ও $i^2 = -1$ হয়। [DU'12-13, RU'17-18, CU'18-19]

(a) $\begin{pmatrix} -1 & i \\ -i & -1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 2i & -2 \\ -2 & -2i \end{pmatrix}$

Solⁿ: (d) $BA = \begin{pmatrix} i & -1 \\ -1 & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i+i & i^2-1 \\ -1+i^2 & -i-i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2i & -2 \\ -2 & -2i \end{pmatrix}$

Note: সকল প্রশ্ন বইটিতে পাবে। এখানে শুধু ডেমো দেখানো হচ্ছে।

Step : 06-

অন্যান্য বিশ্ববিদ্যালয়ে আসা প্রশ্ন পেয়ে যাবে এই বইটিতে।



বিগত বছরগুলোতে আসা জাবি, চবি, রাবি, গুচ্ছ বিশ্ববিদ্যালয়ের প্রশ্ন ও সহজ সমাধান

1. $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স এর ট্রেস (Trace) কোনটি? [JU'20-21]
- (a) $\frac{9}{8}$ (b) $\frac{8}{9}$ (c) 8 (d)

Solⁿ: (a) বিপরীত ম্যাট্রিক্স $= \frac{1}{20-12} \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{5}{8} \end{pmatrix} \therefore \text{ট্রেস} = \frac{1}{2} + \frac{5}{8} = \frac{9}{8}$

2. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & a \end{vmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির ট্রেস (Trace) এর মান 8 হলে, a এর মান কোনটি? [JU'19-20]
- (a) 5 (b) 3 (c) 2 (d) 4

Solⁿ: (b) $1 + 4 + a = 8 \therefore a = 3$

3. $(x + 5, 2y + 1) = (2y + 4, 3y)$ হলে x এর মান কত? [Agri. Guccho'21-22]
- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

Solⁿ: (c) সমতাকরণ করে পাই, $2y + 1 = 3y \therefore y = 1$

আবার, $x + 5 = 2y + 4 \Rightarrow x = 2y - 1 = 2 \times 1 - 1 = 1$

4. যদি $\begin{bmatrix} 7 & x \\ 3x+y & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$ হয় তবে y এর মান কত? [JU'15-16]
- (a) 0 (b) 7 (c) 9 (d) 18

Solⁿ: (a) দুটি ম্যাট্রিক্স তুলনা করে, $x = 3$ এবং $3x + y = 9 \therefore y = 9 - (3 \times 3) = 0$

5. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কের মান কত? [Agri Guccho'24-25]
- (a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) $\frac{1}{2}$

Solⁿ: (b) সমান্তর ধারায় আছে, তাই নির্ণায়কের মান

6. কোনটি বিপরীত ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্য নয়? [Agri Guccho'24-25]

- (a) $(A^{-1})^{-1} = A$ (b) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ (c) $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ (d) $(BA)A^{-1} = B$

Solⁿ: (b) সরাসরি ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্য থেকে পাই।

7. A এবং $(A^T + B)C$ ম্যাট্রিক্স দুইটির ক্রম যথাক্রমে 4×5 এবং 5×2 হলে C ম্যাট্রিক্স এর ক্রম কী হবে?

[GST'22-23]

- (a) 4×2 (b) 4×3 (c) 4×4 (d) 4×5

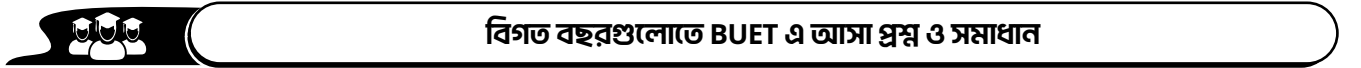
Solⁿ: (a) এখানে, A এর ক্রম 4×5 $\therefore A^T$ এর ক্রম 5×4 $\therefore B$ এর ক্রম 5×4 [যোগের শর্ত]

আবার $(A^T + B)C$ এর ক্রম 5×2 এবং $(A^T + B)$ এর ক্রম 5×4 $\therefore C$ এর ক্রম অবশ্যই 4×2 হতে হবে।

Note: সকল প্রশ্ন বইটিতে পাবে। এখানে শুধু ডেমো দেখানো হচ্ছে।

Step : 07-

BUET এ আসা প্রশ্ন পেয়ে যাবে এই বইটিতে।



1. $|(\sqrt{3}I + A)^2| = ?$ যখন $|A| = 3\sqrt{3}$ এবং A একটি স্কেলার ম্যাট্রিক্স। [BUET'22-23]

- (a) 12 (b) 144 (c) 1728 (d) $12\sqrt{3}$

Solⁿ: (c) $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$ এখন, $\sqrt{3}I + A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 2\sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 2\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{3} \end{bmatrix} = 2\sqrt{3}I; (\sqrt{3}I + A)^2 = (2\sqrt{3}I)^2 = 12I$$

আমরা জানি, $|pA| = p^n|A|$ $\therefore |12I| = 12^3 \times |I| = 12^3 = 1728$ [$|I| = 1$]

2. A, B এবং C ম্যাট্রিক্সগুলোর মাত্রা যথাক্রমে 4×5 , 5×4 এবং 4×2 হলে $(A^T + B)C$ ম্যাট্রিক্সের মাত্রা হবে-

[BUET'10-11, BUTEX'15-16, IUT'18-19]

- (a) 5×4 (b) 4×2 (c) 5×2 (d) 2×5

Solⁿ: (c) A^T এর মাত্রা 5×4 ; $(A^T + B)$ এর মাত্রা 5×4 $\therefore (A^T + B)C$ এর মাত্রা 5×2

3. যদি $AX = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ -x \end{bmatrix}$ হয়, তবে XA^2 হবে- [BUET'11-12]

- (a) $\begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -y \\ -x \end{bmatrix}$ (d) None of these

Solⁿ: (d) $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}; A^2$ এর মাত্রা 2×2 ; X ও A^2 এর গুণ করা সম্ভব নয়।

4. দুটি ম্যাট্রিক্স A এবং B দেয়া আছে। AB ও BA এর মধ্যে কোন সম্পর্ক থাকলে তার নির্ণয় কর। B^{-1} কে x ও A এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। [BUET'19-20]

$$A = \begin{bmatrix} 3x & -4x & 2x \\ -2x & x & 0 \\ -x & -x & x \end{bmatrix} \text{ এবং } B = \begin{bmatrix} x & 2x & -2x \\ 2x & 5x & -4x \\ 3x & 7x & -5x \end{bmatrix}$$

Solⁿ: $AB = \begin{bmatrix} 3x & -4x & 2x \\ -2x & x & 0 \\ -x & -x & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2x & -x \\ 2x & 5x & -4x \\ 3x & 7x & -5x \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}$

$$= x^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 & 0 & 0 \\ 0 & x^2 & 0 \\ 0 & 0 & x^2 \end{bmatrix}$$

অনুরূপভাবে, $BA = \begin{bmatrix} x^2 & 0 & 0 \\ 0 & x^2 & 0 \\ 0 & 0 & x^2 \end{bmatrix} \therefore AB = BA$

উপরের আলোচনা থেকে বলা যায়,

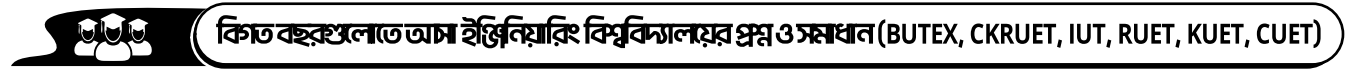
$$\therefore BA = x^2 I \Rightarrow \frac{1}{x^2} A = B^{-1} I = B^{-1} = \frac{A}{x^2} = \begin{bmatrix} \frac{3}{x} & -\frac{4}{x} & \frac{2}{x} \\ -\frac{2}{x} & \frac{1}{x} & 0 \\ -\frac{1}{x} & -\frac{1}{x} & \frac{1}{x} \end{bmatrix} \therefore B^{-1} = \frac{A}{x^2}$$

B^{-1} কে x ও A এর মাধ্যমে প্রকাশ করা হলো। (Ans.)

Note: সকল প্রশ্ন বইটিতে পাবে। এখানে শুধু ডেমো দেখানো হচ্ছে।

Step : 08-

অন্যান্য ইঞ্জিনিয়ারিং বিশ্ববিদ্যালয়ে আসা প্রশ্ন পেয়ে যাবে এই বইটিতে।



1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ এর ইনভার্স ম্যাট্রিক্স? [RUET'24-25]

Solⁿ: $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1(1 - 0) - 1(0 - 1) = 2$; $Adj(A) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\therefore A^{-1} = \frac{Adj(A)}{|A|} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1. যদি $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ একটি বর্গ ম্যাট্রিক্স যেখানে, $a_{ij} = 2i - j$; $i, j = 1, 2, 3$ তাহলে A ম্যাট্রিক্স একটি-

[CKRUET'22-23]

- (a) অভেদঘাতি ম্যাট্রিক্স (b) সমঘাতি ম্যাট্রিক্স (c) শূন্যঘাতি ম্যাট্রিক্স (d) ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স (e) উল্লম্ব ম্যাট্রিক্স

Solⁿ: (d) $a_{ij} = 2i - j$; $i, j = 1, 2, 3$ [ম্যাট্রিক্সের গঠন]

বা, $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ বা, $|A| = 1(6 - 4) - 0 - 1 \times (12 - 10) = 2 - 2 = 0 \therefore A$ ব্যতিক্রমী
ম্যাট্রিক্স।

2. X ম্যাট্রিক্সটি বের কর যখন $2X + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ [CKRUET'21-22]

- (a) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ (e) $\begin{bmatrix} -2 & -6 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$

Solⁿ: (a) $2X + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ বা, $2X = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \therefore X = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

3. If $2\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$, then what is the value of $(x - y)$? [IUT'20-21]

- (a) -8 (b) 2 (c) 10 (d) -6

Solⁿ: (c) $2\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ বা, $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 2x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ বা, $\begin{bmatrix} 7 & 8+y \\ 10 & 2x+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$

$\therefore 8 + y = 0 \therefore y = -8 \therefore 2x + 1 = 5 \Rightarrow x = 2 \therefore x - y = 2 - (-8) = 10$

4. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ a & b \end{bmatrix}$ and $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, then the values of a and b are; [IUT'17-18]

- (a) 2 and 1 (b) -2 and -1 (c) $-\frac{1}{2}$ and -1 (d) $\frac{1}{2}$ and 1

Solⁿ: (c) $A^2 = \begin{bmatrix} 1+2a & 2+2b \\ a+ab & 2a+b^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$

ম্যাট্রিক্সের সমতা করে পাই, $\begin{matrix} 1+2a & 2+2b \\ a+ab & 2a+b^2 \end{matrix} = \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}$
 $a = -\frac{1}{2} \quad b = -1$

Note: সকল প্রশ্ন বইটিতে পাবে। এখানে শুধু ডেমো দেখানো হচ্ছে।

Step : 09-

একাডেমিক এক্সাম ও OMR Sheet Free



কাব্য ভাইয়ার ম্যাথ Tricks বোর্ড স্ট্যান্ডার্ড Exam

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

MCQ: 25 Marks

Time: 20 Minutes

1. $A = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}$ হলে AB এর মাত্রা কত?

- (a) 2×1 (b) 3×3 (c) 1×2 (d) 3×2

2. কোনো ম্যাট্রিক্স A এর অভেদঘাতী ম্যাট্রিক্স হওয়ার শর্ত কী?

- (a) বর্গ ম্যাট্রিক্স হতে হবে (b) $A^2 = I$ (c) A^{-1} বিদ্যমান হবে না (d) a ও b উভয়ই
3. যদি $P = \begin{bmatrix} x-3 & 2 \\ -1 & 2-x \end{bmatrix}$ এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স বিদ্যমান না থাকে, তবে x এর মান কত?
- (a) -4,1 (b) 4,1 (c) 4,-1 (d) -4,-1

Step : 10-

এডমিশন এক্সাম ও OMR Sheet Free



কাব্য ভাইয়ার ম্যাথ Tricks এডমিশন স্ট্যান্ডার্ড Exam

ম্যাট্রিক্স ও নির্ণায়ক

MCQ: 25 Marks

1. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ হলে, $A^4 = ?$
- (a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 81 \\ 0 & 81 & 0 \\ 0 & 0 & 81 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 81 & 0 & 81 \\ 0 & 81 & 0 \\ 81 & 0 & 81 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 81 & 0 & 0 \\ 0 & 81 & 0 \\ 0 & 0 & 81 \end{bmatrix}$
2. নিচের কোনটি বক্র প্রতিসম ম্যাট্রিক্স?
- (a) $\begin{bmatrix} 0 & -3 & 7 \\ 3 & 0 & -9 \\ -7 & 9 & 0 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & 7 & 1 \\ 7 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 8 & -9 & 2 \\ 0 & 6 & 5 \\ 2 & -6 & 5 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
3. A, B, C ম্যাট্রিক্সত্রয়ের ক্রম যথাক্রমে $3 \times 1, 1 \times 3, 1 \times 2$ হলে, $(A + B^T)C$ এর ক্রম কী?
- (a) 3×1 (b) 2×3 (c) 3×2 (d) 3×3

প্রতিটি চ্যাপ্টারকে ১০টি স্টেপে সাজানো হয়েছে। উদ্দেশ্য একটাই, তোমার একাডেমিক থেকে এডমিশন পর্যন্ত প্রতিটি ধাপেই যেন এই বইটি তোমাকে এগিয়ে রাখে সবার থেকে।

এখনই কাব্য ভাইয়ার ম্যাথ ট্রিকস বইটি অর্ডার দাও।